

### Lista de Exercícios - Integrais

01) Determine a primitiva para cada função. Verifique suas respostas derivando.

a)  $f(x) = 6x$

b)  $f(x) = x^{-4} + 2x + 3$

c)  $f(x) = \frac{1}{2x^3}$

d)  $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$

e)  $f(x) = \frac{1}{3}x^{-2/3}$

f)  $f(x) = -\pi \sin(\pi x)$

g)  $f(x) = \frac{2}{3} \sec^2 \frac{x}{3}$

h)  $f(x) = \sec \frac{\pi x}{2} \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$

02) Calcule as integrais. Verifique suas respostas diferenciando.

a)  $\int (x + 1) dx$

b)  $\int (e^{-x} + 4^x) dx$

c)  $\int (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}) dx$

d)  $\int \left( \frac{2}{\sqrt{1-y^2}} - \frac{1}{y^{1/4}} \right) dy$

e)  $\int \left( \frac{t\sqrt{t} + \sqrt{t}}{t^2} \right) dt$

f)  $\int 7 \operatorname{sen} \frac{\theta}{3} d\theta$

g)  $\int (1 + \operatorname{tg}^2 \theta) d\theta$

h)  $\int \cos \theta \cdot (\operatorname{tg} \theta + \sec \theta) d\theta$

i)  $\int \frac{\operatorname{cosec} \theta}{\operatorname{cosec} \theta - \operatorname{sen} \theta} d\theta$

03) Diga se cada uma das fórmulas está certa ou errada e justifique sua resposta.

a)  $\int x \operatorname{sen} x dx = \frac{x^2}{2} \operatorname{sen} x + C$

b)  $\int x \operatorname{sen} x dx = -x \cos x + C$

c)  $\int x \operatorname{sen} x dx = -x \cos x + \operatorname{sen} x + C$

4) Calcule as integrais indefinidas:

(a)  $\int (x + 3) dx$

(b)  $\int (2x - 3x^2) dx$

(c)  $\int (x^{\frac{3}{2}} + 2x + 1) dx$

(d)  $\int \sqrt[3]{x^2} dx$

(e)  $\int \frac{1}{x^3} dx$

(f)  $\int \frac{x^2 + x + 1}{\sqrt{x}} dx$

(g)  $\int (x + 1)(3x - 2) dx$

(h)  $\int y^2 \sqrt{y} dy$

(i)  $\int \left( \frac{2}{x} + 3e^x \right) dx$

(j)  $\int \frac{1 - 2t^3}{t^3} dt$

5) Calcule as integrais indefinidas:

(a)  $\int (2 \operatorname{sen} x + 3 \cos x) dx$

(b)  $\int (1 - \operatorname{cosec} t \cot t) dt$

(c)  $\int (\sec^2 \theta - \operatorname{sen} \theta) d\theta$

(d)  $\int (\operatorname{tg}^2 y + 1) dy$

(e)  $\int \frac{\operatorname{sen} x}{\cos^2 x} dx$

(f)  $\int \frac{dy}{\operatorname{cosec} y}$

6) Suponha  $f(x)$  uma função conhecida e que queiramos encontrar uma função  $F(x)$ , tal que  $y = F(x)$  satisfaça a equação  $dy/dx=f(x)$ .

As soluções desta equação são as antiderivadas de  $f(x)$ . A equação  $dy/dx=f(x)$  é chamada de equação diferencial. Resolva a equação diferencial abaixo.

(a)  $\frac{dy}{dx} = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$ ,  $y(1) = 2$ .

(b)  $\frac{dy}{dt} = \sec^2 t - \sec t$ ,  $y(\frac{\pi}{4}) = 1$ .

7) Determine a curva  $y = f(x)$  no plano  $xy$  que passa pelo ponto  $(9, 4)$  e cujo coeficiente angular em cada ponto é  $3\sqrt{x}$ .

8) Uma bola é jogada para cima com velocidade inicial a 64 metros por segundo de uma altura inicial de 80 metros.

(a) Encontre a função posição escrevendo a altura  $s$  em função do tempo  $t$ .

(b) Quando a bola atinge o chão?

9) Na Lua, a aceleração da gravidade é  $1,6m/s^2$ . Uma pedra é solta de um penhasco na Lua e atinge sua superfície 20 segundos depois. Quão fundo ela caiu? Qual era a velocidade no instante do impacto?

10) A velocidade mínima necessária para que um objeto escape da força gravitacional da Terra é obtida da solução da equação

$$\int v dv = -GM \int \frac{1}{y^2} dy$$

onde  $v$  é a velocidade do objeto lançado da Terra,  $y$  é a distância ao centro da Terra,  $G$  é a constante gravitacional e  $M$  é a massa da Terra.

Mostre que  $v$  e  $y$  estão relacionados pela equação

$$v^2 = v_0^2 + 2GM \left( \frac{1}{y} - \frac{1}{R} \right)$$

onde  $v_0$  é a velocidade inicial do objeto e  $R$  é o raio da Terra (Sugestão: use o fato que se  $y = R$  então  $v = v_0$ ).

11. O fabricante de um automóvel anuncia que ele leva 13 segundos para acelerar de 25 quilômetros por hora para 80 quilômetros por hora. Supondo aceleração constante, calcule:

(a) A aceleração em metros por segundo ao quadrado.

(b) A distância que o carro percorre durante 13 segundos.

12) Calcule as integrais indefinidas usando as substituições dadas.

a)  $\int x \operatorname{sen}(2x^2) dx$ ,  $u = 2x^2$

b)  $\int 28(7x - 2)^{-5} dx$ ,  $u = 7x - 2$

c)  $\int \frac{9r^2 dr}{\sqrt{1-r^3}}$ ,  $u = 1 - r^3$

d)  $\int \sqrt{x} \cdot \operatorname{sen}^2(x^{3/2} - 1) dx$ ,  $u = x^{3/2} - 1$

e)  $\int \operatorname{cosec}^2(2\theta) \cdot \cotg(2\theta) d\theta$ ,

i) use  $u = \cotg(2\theta)$

ii) use  $u = \operatorname{cosec}(2\theta)$

13) Calcule as integrais fazendo a substituição adequada.

(a)  $\int e^{2x} dx$  (e)  $\int x^2 \sec^2(x^3) dx$

(b)  $\int x(2 - x^2)^3 dx$  (f)  $\int \frac{dx}{e^x}$

(c)  $\int \cos(8x) dx$  (g)  $\int \frac{e^{\sqrt{y}}}{\sqrt{y}} dy$

(d)  $\int x^2 e^{-2x^3} dx$  (h)  $\int \operatorname{sen}^2(3x) \cos(3x) dx$

14) Calcule as integrais:

a)  $\int \sqrt{3-2s} ds$

b)  $\int \theta^4 \sqrt{1-\theta^2} d\theta$

c)  $\int \frac{1}{\sqrt{x(1+\sqrt{x})^2}} dx$

d)  $\int r^2 \left( \frac{r^3}{18} - 1 \right)^5 dr$

e)  $\int \frac{4dt}{t(1+\ln^2 t)}$

f)  $\int \frac{\text{sen}(2t+1)}{\text{cos}^2(2t+1)} dt$

15) Se você não souber qual substituição deve fazer, tente reduzir a integral passo a passo, usando uma primeira substituição para simplificar um pouco a integral e depois outra para simplificar um pouco mais. Experimente fazer as substituições a seguir e depois tente sozinho:

a)  $\int \frac{18\text{tg}^2(x)\text{sec}^2(x)}{2+\text{tg}^3(x)} dx$

i)  $u = \text{tg}(x)$ , seguida por  $v = u^3$  e de-

pois por  $w = 2 + v$

ii)  $u = \text{tg}^3(x)$ , seguida por  $v = 2 + u$

iii)  $u = 2 + \text{tg}^3(x)$

b)  $\int \frac{(2r-1)\text{cos}(\sqrt{3(2r-1)^2+6})}{\sqrt{3(2r-1)^2+6}} dr$

c)  $\int \frac{\text{sen}\sqrt{\theta}}{\sqrt{\theta\text{cos}^3\sqrt{\theta}}} d\theta$

16) Que valores de a e b maximizam o valor de  $\int_a^b (x-x^2) dx$ ?

17) Calcule as integrais.

a)  $\int_0^1 (x^2 + \sqrt{x}) dx$

b)  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \text{cosec}\theta \cdot \text{cotg}\theta d\theta$

c)  $\int_0^1 x e^{x^2} dx$

18) Determine as derivadas calculando a integral e diferenciando o resultado e depois diferenciando a integral diretamente.

a)  $\frac{d}{dx} \int_0^{\sqrt{x}} \text{cost} dt$

b)  $\frac{d}{dx} \int_1^{\text{sen}x} 3t^2 dt$

19) Determine dy/dx

a)  $y = \int_0^x \sqrt{1+t^2} dt$

b)  $y = \int_{\sqrt{x}}^0 \text{sent}^2 dt$

c)  $y = \int_1^{x^{1/3}} e^{t^3+1} dt$

20) Use uma substituição para determinar uma primitiva e depois aplique o Teorema Fundamental do Cálculo para calcular a integral.

a)  $\int_0^1 (1-2x)^3 dx$

b)  $\int_0^\pi \text{sen}^2 \left( 1 + \frac{\theta}{2} \right) d\theta$

c)  $\int_0^\pi \text{sen}^2 \left( \frac{x}{4} \right) \text{cos} \left( \frac{x}{4} \right) dx$

21) Esboce a região cuja área com sinal está representada pela integral, defina e calcule a integral usando uma fórmula apropriada de geometria onde for necessário.

(a)  $\int_{-1}^4 x dx$

(b)  $\int_0^2 \left( 1 - \frac{x}{2} \right) dx$

(c)  $\int_0^\pi 2 dx$

(d)  $\int_1^2 |2x-3| dx$

(e)  $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$

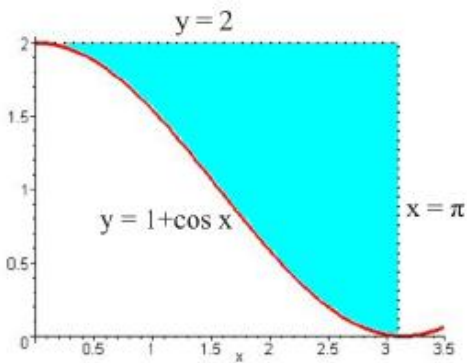
(f)  $\int_0^1 (x + 2\sqrt{1-x^2}) dx$

22) Ache a área sob a curva  $y = f(x)$  no intervalo dado.

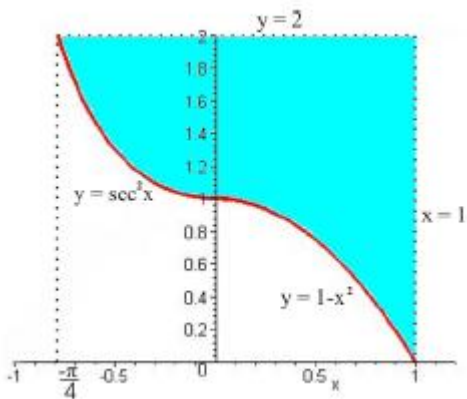
- (a)  $f(x) = x^3$ ,  $[2, 3]$   
 (b)  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $[1, 9]$   
 (c)  $f(x) = e^x$ ,  $[1, 3]$

23) Determine a área das regiões sombreadas:

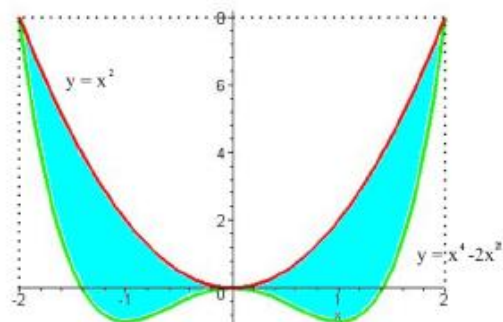
a)



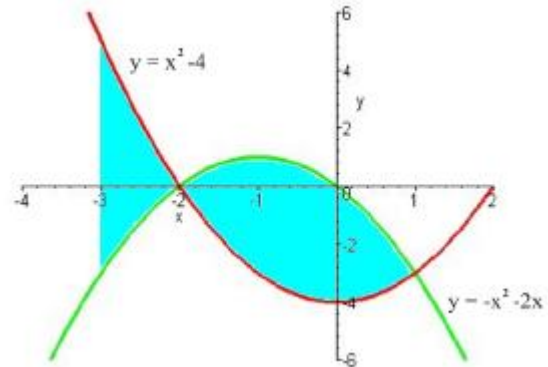
b)



c)



d)



24) Calcule a integral usando o Teorema Fundamental do Cálculo.

- (a)  $\int_{-3}^0 (x^2 - 4x + 7) dx$   
 (b)  $\int_1^3 \frac{1}{x^2} dx$   
 (c)  $\int_4^9 2x\sqrt{x} dx$   
 (d)  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \text{sen}\theta d\theta$   
 (e)  $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \cos x dx$   
 (f)  $\int_{\ln 2}^3 5e^x dx$   
 (g)  $\int_1^4 \left( \frac{3}{\sqrt{t}} - 5\sqrt{t} - t^{-3/2} \right) dt$   
 (h)  $\int_{\pi/8}^{\pi/2} \left( x + \frac{2}{\text{sen}^2 x} \right) dx$

25) Use a fórmula da substituição para calcular as integrais.

a)  $\int_{-\pi/4}^0 (\operatorname{tg} x \cdot \sec^2 x) dx$

b)  $\int_0^\pi (3\cos^2 x \cdot \operatorname{sen} x) dx$

c)  $\int_0^{\sqrt{7}} t(t^2 + 1)^{1/3} dt$

d)  $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{4x}{\sqrt{x^2+1}} dx$

e)  $\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \frac{4x}{\sqrt{x^2+1}} dx$

f)  $\int_{\ln \frac{\pi}{6}}^{\ln \frac{\pi}{2}} 2e^v \cos(e^v) dv$

26) Esboce o gráfico da função no intervalo dado. Depois integre a função no intervalo dado e determine a área da região entre o gráfico e o eixo x.

a)  $y = x^2 - 6x + 8, [0, 3]$

b)  $y = 2x - x^2, [0, 3]$

27) Determine as áreas das regiões compreendidas entre as curvas:

a)  $y = x^2 - 2$  e  $y = 2$

b)  $y = x^2$  e  $y = -x^2 + 4x$

c)  $y = x^4 - 4x^2 + 4$  e  $y = x^2$

d)  $y = 2\operatorname{sen} x$  e  $y = \operatorname{sen} 2x, 0 \leq x \leq \pi$

28) Determine a área da região no primeiro quadrante delimitada pelas retas  $y = x$  e  $x = 2$ , a curva  $y = 1/x^2$  e o eixo x.

29) Determine a área da região entre a curva  $y = 3 - x^2$  e a reta  $y = -1$ .

30) Ache a área total entre a curva  $y = x^2 - 3x - 10$  e o eixo x no intervalo  $[-3, 8]$ . Faça um esboço da região.

31) Calcule a integral definida:

(a)  $\int_0^1 (2x + 1)^4 dx$

(b)  $\int_0^8 x\sqrt{1+x} dx$

(c)  $\int_0^{\pi/2} 4\operatorname{sen} \frac{x}{2} dx$

(d)  $\int_{-\frac{3\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{sen} x \cos x dx$

(e)  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{3x+1}}$

(f)  $\int_0^1 \frac{y^2}{\sqrt{4-3y}} dy$

(g)  $\int_0^e \frac{dx}{x+e}$

32) Esboce a região entre as curvas no intervalo dado e calcule a sua área.

(a)  $y = x^2, y = \sqrt{x}, x = \frac{1}{4}, x = 1$

(b)  $y = \cos 2x, y = 0, x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{\pi}{2}$

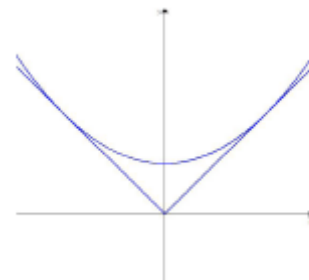
(c)  $x = \operatorname{sen} y, x = 0, y = \frac{\pi}{4}, y = \frac{3\pi}{4}$

(d)  $y = 2 + |x - 1|, y = -\frac{1}{5}x + 7$

(e)  $y = x, y = 4x, y = -x + 2$ .

(f)  $y = \operatorname{sen} x, y = \cos 2x, x = \frac{-\pi}{2}, y = \frac{\pi}{6}$

33) A superfície de uma parte de uma máquina é a região entre os gráficos das funções  $y_1 = |x|$  e  $y_2 = 0,08x^2 + k$  conforme a figura abaixo.





- (a) Determine o valor de  $k$  se a parábola é tangente ao gráfico de  $y_1$   
(b) Determine a área da superfície desta parte da máquina.

34) Calcule a integral usando a integração por partes.

- (a)  $\int x \cos 5x \, dx$   
(b)  $\int \ln(2x + 1) \, dx$   
(c)  $\int \arctg 4t \, dt$   
(d)  $\int \text{sen}^{-1} x \, dx$   
(e)  $\int e^{2\Theta} \text{sen} 3\Theta \, d\Theta$   
(f)  $\int_0^\pi t \text{sent} \, dt$   
(g)  $\int_0^{\frac{1}{2}} \cos^{-1} x \, dx$

35) Uma partícula se move ao longo do eixo  $x$  com uma função velocidade  $v(t) = t^2 \cdot e^{-t}$ . Até onde irá a partícula no tempo  $t = 0$  a  $t = 5$ ?

36) O estudo das ondas de dentes de serra em engenharia leva a integrais da forma

$$\int_{-\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}} t \text{sen}(k\omega t) \, dt$$

onde  $k$  é um inteiro e  $w$  é uma constante não nula. Calcule a integral.

37) Calcule a integral

- (a)  $\int \cos^3 2x \, dx$   
(b)  $\int \text{sen}^2 2t \cos^3 2t \, dt$   
(c)  $\int \text{sen} x \cos 2x \, dx$   
(d)  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \text{sen} 2x \cos 4x \, dx$

(e)  $\int \sec 2x \, dx$

(f)  $\int \text{tg}^2 x \sec^2 x \, dx$

(g)  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \text{tg}^2 2x \, dx$

38) A integral

$$\int \frac{x}{x^2 + 4} \, dx$$

pode ser calculada ou por substituição trigonométrica ou pela substituição  $u = x^2 + 4$ . Calcule-a das duas maneiras e mostre que os resultados são equivalentes.

39) Use frações parciais para achar a integral.

- (a)  $\int \frac{1}{x^2 - 1} \, dx$   
(b)  $\int \frac{3}{x^2 + x - 2} \, dx$   
(c)  $\int \frac{5 - x}{2x^2 + x - 1} \, dx$   
(d)  $\int \frac{x^2 + 12x + 12}{x^3 - 4x} \, dx$   
(e)  $\int \frac{2x^3 - 4x^2 - 15x + 5}{x^2 - 2x - 8} \, dx$

40) Encontre o volume do sólido obtido pela rotação da região limitada pelas curvas dadas em torno das retas especificadas. Esboce a região.

- (a)  $y = \frac{1}{x}, x = 1, x = 2, y = 0$ ; em torno do eixo  $x$ ,  
(b)  $x = 2\sqrt{y}, x = 0, y = 9$ ; em torno do eixo  $y$ ,  
(c)  $y = x^3, y = x, x \geq 0$ ; em torno do eixo  $x$ ,  
(d)  $y = x, y = \sqrt{x}$ ; em torno de  $y = 1$ ,  
(e)  $y = x^2, x = y^2$ ; em torno de  $x = -1$ ,

41) Cada integral representa o volume de um sólido. Descreva o sólido.

$$(a) \pi \int_0^{\pi/2} \cos^2(x) dx$$

$$(b) \pi \int_0^1 (y^4 - y^8) dy$$

### RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS

1)

a)  $3x^2$    b)  $-\frac{1}{4x^2}$    c)  $x^{1/3}$    d)  $2 \operatorname{tg}\left(\frac{x}{3}\right)$

2)

a)  $\frac{x^2}{2} + x + C$   
 b)  $-e^{-x} + \frac{4^x}{\ln 4} + C$   
 d)  $2 \operatorname{arc} \operatorname{sen} y - \frac{4}{3} y^{3/4} + C$   
 e)  $2\sqrt{t} - \frac{2}{\sqrt{t}} + C$   
 f)  $-21 \cos \frac{\theta}{3} + C$   
 g)  $\operatorname{tg} \theta + C$   
 h)  $-\cos \theta + \theta + C$

3)

(a) Errada:  $\frac{d}{dx} \left( \frac{x^2}{2} \operatorname{sen} x + C \right) = \frac{2x}{2} \operatorname{sen} x + \frac{x^2}{2} \cos x = x \operatorname{sen} x + \frac{x^2}{2} \cos x$   
 (b) Errada:  $\frac{d}{dx} (-x \cos x + C) = -\cos x + x \operatorname{sen} x$   
 (c) Certa:  $\frac{d}{dx} (-x \cos x + \operatorname{sen} x + C) = -\cos x + x \operatorname{sen} x + \cos x = x \operatorname{sen} x$

4)

5)

6)

(a)  $y(x) = \frac{2}{3} \sqrt{x} (3 + x) - \frac{8}{3}$   
 (b)  $y(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)} + \cos(x) - \frac{\sqrt{2}}{2}$

7)  $y = 2x^{3/2} - 50$

8)

(a)  $s(t) = -4,9t^2 + 64t + 80$   
 (b) A bola atinge o chão 5 segundos depois de ser jogada.

9)

Caiu 320 metros. A velocidade era de 32m/s.

10)

11)

(a)  $1,18 \text{m/s}^2$   
 (b) 190 metros

12)

a)  $-\frac{1}{4} \cos 2x^2 + C$   
 b)  $-(7x - 2)^{-4} + C$   
 c)  $-6(1 - r^3)^{1/2} + C$   
 d)  $\frac{1}{3} (x^{3/2} - 1) - \frac{1}{6} \operatorname{sen} (2x^{3/2} - 2) + C$

e) i)  $-\frac{1}{4}(\cotg^2 2\theta) + C$     ii)  $-\frac{1}{4}(\operatorname{cosec}^2 2\theta) + C$

17) a) 1    b) 0    c)  $\frac{e-1}{2}$

13)

(a)  $\frac{e^{2x}}{2} + c$

(b)  $-\frac{x^8}{8} + x^6 - 3x^4 + 4x^2 + c$

(c)  $\frac{\operatorname{sen}(8x)}{8} + c$

(d)  $-\frac{e^{-2x^3}}{6} + c$

(e)  $\frac{\operatorname{tg}(x^3)}{3} + c$

(f)  $-\frac{1}{e^x} + c$

(g)  $2e^{\sqrt{y}} + c$

(h)  $\frac{\operatorname{sen}^3(3x)}{9} + c$

14)

a)  $-\frac{1}{3}(3-2t)^{3/2} + C$

f)  $\frac{1}{2 \cos(2t+1)} + C$

15)

a) i)  $-\frac{6}{2 + \operatorname{tg}^3 x} + C$     ii)  $-\frac{6}{2 + \operatorname{tg}^3 x} + C$     iii)

$-\frac{6}{2 + \operatorname{tg}^2 x} + C$

b)  $\frac{1}{6} \operatorname{sen} \sqrt{3(2r-1)^2 + 6} + C$

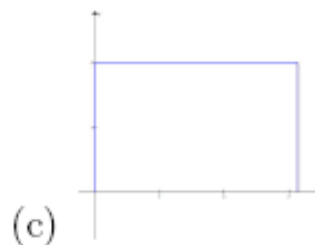
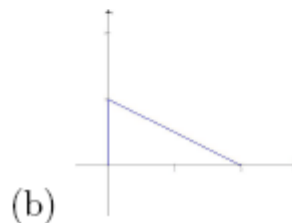
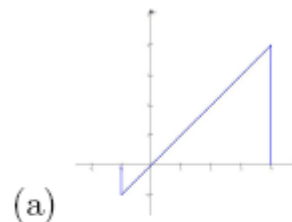
16)  $a = 0$  e  $b = 1$  maximizam a integral.

18) a)  $(\cos \sqrt{x}) \left( \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)$

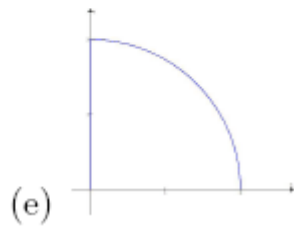
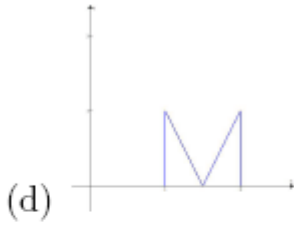
19) a)  $\sqrt{1+x^2}$     b)  $-\frac{1}{2}x^{-1/2} \operatorname{sen} x$     c)  $\frac{e^{x+1}}{3x^{2/3}}$

20) a) 0    b)  $\frac{\pi}{2} + \operatorname{sen} 2$

21)







- 22)  
(a)  $\frac{65}{4}$   
(b)  $\frac{52}{3}$   
(c)  $e^3 - e$

23) a)  $\pi$  c)  $38/3$

- 24)  
(a) 48 (d) 0 (g)  $-\frac{55}{3}$   
(b)  $\frac{2}{3}$  (e)  $\sqrt{2}$   
(c)  $\frac{844}{5}$  (f)  $5e^3 - 10$  (h)  $\frac{\pi^2}{9} + 2\sqrt{3}$

25) b) 2 f) 1

26) b) integral=0 área=8/3

27) a)  $32/3$  b)  $8/3$  c) 8 d) 4

28) 1

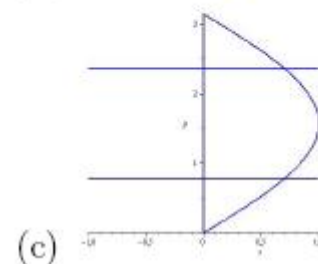
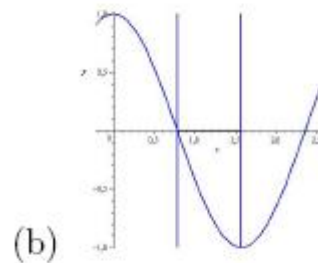
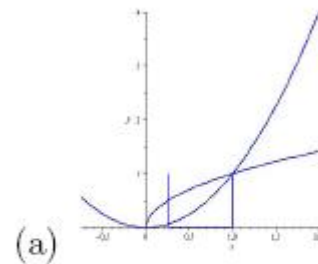
29)  $32/3$

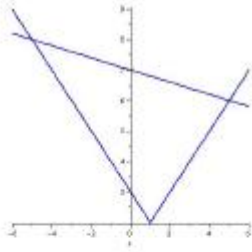
30)  $9/2$

31)

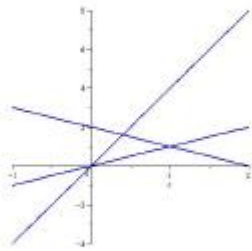
- (a)  $\frac{121}{5}$  (c)  $8 - 4\sqrt{2}$  (f)  $\frac{106}{405}$   
(d) 0  
(b)  $\frac{1192}{15}$  (e)  $\frac{2}{3}$  (g)  $\ln 2$

32)

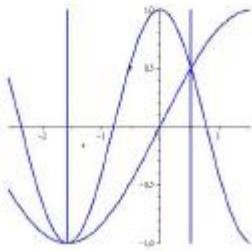




(d)



(e)



(f)

33)

- (a)  $k = 3.125$   
(b) 13,02083

34)

- (a)  $\frac{\cos(5x)}{25} + \frac{x \sin(5x)}{5} + C$   
(b)  $\frac{1}{2} \ln(2x+1)(2x+1) - x - \frac{1}{2} + C$   
(c)  $x \arctg(4x) - \frac{1}{8} \ln(1+16x^2) + C$   
(d)  $x \arcsen(x) + \sqrt{1-x^2} + C$   
(e)  $\frac{-3}{13} e^{2\theta} \cos(3\theta) + \frac{2}{13} e^{2\theta} \sin(3\theta) + C$   
(f)  $\pi$   
(g)  $1 + \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

35)

$$2 - 37e^{-5}$$

36)

$$\frac{2(\sin(\pi k) - \cos(\pi k)k\pi)}{k^2 w^2}$$

37)

- (a)  $\frac{1}{6} \cos^2(2x) \sin(2x) + \frac{1}{3} \sin(2x) + C$   
(b)  $\frac{-1}{10} \sin(2t) \cos^4(2t) + \frac{1}{30} \cos^2(2t) \sin(2t) + \frac{1}{15} \sin(2t) + C$   
(c)  $\frac{-1}{6} \cos(3x) + \frac{1}{2} \cos(x) + C$   
(d)  $\frac{1}{24}$   
(e)  $\frac{1}{2} \ln |\sec(2x) + \tan(2x)| + C$   
(f)  $\frac{\sin^3(x)}{3 \cos^3(x)} + C$   
(g)  $\frac{-\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

38)

39)

- (a)  $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C$   
(b)  $\ln \left| \frac{x-1}{x+2} \right| + C$   
(c)  $\frac{3}{2} \ln |2x-1| - 2 \ln |x+1| + C$   
(d)  $5 \ln |x-2| - \ln |x+2| - 3 \ln |x| + C$   
(e)  $x^2 + \frac{3}{2} \ln |x-4| - \frac{1}{2} \ln |x+2| + C$

40)a)

b)

c)

d)

e)

$$\pi/2 \quad 162\pi \quad \frac{4\pi}{21} \quad \pi/6 \quad 29\pi/30$$

41)