

Atividades Práticas Supervisionadas (APS) de Cálculo Diferencial e Integral 1 – Prof. José Donizetti de Lima, Dr. Eng.

Acadêmico (a): _____ **Curso: Engenharia** _____

Na APS serão consideradas somente as questões que apresentarem os cálculos e, a resposta da mesma à caneta. Data de entrega: **02/04/2013**

1) Resolva as integrais abaixo.

Exercício

Resposta

(a) $\int \frac{1}{x^2 - 4} dx$

(a) $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + k$

(b) $\int \frac{x}{x^2 - 4} dx$

(b) $\frac{1}{2} \ln |x^2 - 4| + k$

(c) $\int \frac{5x^2 + 1}{x - 1} dx$

(c) $6 \ln |x - 1| + \frac{5}{2} x^2 + 5x + k$

(d) $\int \frac{x + 3}{x^2 - x} dx$

(d) $-3 \ln |x| + 4 \ln |x - 1| + k$

(e) $\int \frac{x^2 + 3}{x^2 - 9} dx$

(e) $x + 2 \ln |x - 3| - 2 \ln |x + 3| + k$

(f) $\int \frac{x}{x^2 - 5x + 6} dx$

(f) $-2 \ln |x - 2| + 3 \ln |x - 3| + k$

(g) $\int \frac{x + 3}{(x - 1)^2} dx$

(g) $\ln |x - 1| - \frac{4}{x - 1} + k$

(h) $\int \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x} dx$

(h) $x - \ln |x| + 3 \ln |x - 1| + k$

(i) $\int \frac{x^3 + x + 1}{x^2 - 4x + 3} dx$

(i) $\frac{x^2}{2} + 4x - \frac{3}{2} \ln |x - 1| + \frac{31}{2} \ln |x - 3| + k$

(j) $\int \frac{1}{x^2 - x - 2} dx$

(j) $-\frac{1}{3} \ln |x + 1| + \frac{1}{3} \ln |x - 2| + k$

(k) $\int \frac{1}{3 + x^2} dx$

(k) $\frac{\sqrt{3}}{3} \arctg \left(\frac{\sqrt{3}}{3} x \right) + k$

(l) $\int \frac{1}{x^2 + 6x + 13} dx$

(l) $\frac{1}{2} \arctg \left(\frac{x + 3}{2} \right) + k$

2) Calcule $\int \frac{x^4 + 2x + 1}{x^3 - x^2 - 2x} dx$. **Resposta:** $\frac{x^2}{2} + x - \frac{1}{2} \ln |x| + \frac{7}{2} \ln |x - 2| + k$

1) Calcule $\int \frac{2x + 1}{x^3 - x^2 - x + 1} dx$.

Resposta: $-\frac{1}{4} \ln |x + 1| + \frac{1}{4} \ln |x - 1| - \frac{3}{2 \cdot (x - 1)} + k = \ln \left(\sqrt[4]{\frac{x - 1}{x + 1}} \right) - \frac{3}{2(x - 1)} + k$

Sugestão de atividade complementar: (i) resolva os exercícios do Guidorizzi, Vol. 1, 5 ed. pág. 378-379; (ii) resolva também os exercícios 4, 7, 8, 11, 13 e 14 do Guidorizzi, Vol. 1. 5 ed. pág. 375.

Atividades Práticas Supervisionadas (APS) de Cálculo Diferencial e Integral 1 – Prof. José Donizetti de Lima, Dr. Eng.

Acadêmico (a): _____ Curso: Engenharia _____

Na APS serão consideradas somente as questões que apresentarem os cálculos e, a resposta da mesma à caneta. Data de entrega: 02/04/2013

1) Indique uma mudança de variável que elimine a raiz do integrando

(a) $\int \sqrt{9-x^2} dx$ **Resposta:** $x = 3\sin \theta$

(b) $\int \sqrt{9+x^2} dx$ **Resposta:** $x = 3\tan \theta$

(c) $\int \sqrt{x^2-9} dx$ **Resposta:** $x = 3\sec \theta$

(d) $\int x^2 \sqrt{1-x^2} dx$ **Resposta:** $x = \sin \theta$

(e) $\int \sqrt{3-4x^2} dx$ **Resposta:** $x = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta$

Solução: $\sqrt{3-4x^2} = \sqrt{3\left(1-\frac{4}{3}x^2\right)} = \sqrt{3\left(1-\left(\frac{2x}{\sqrt{3}}\right)^2\right)}$, pois: se $\sin \theta = \frac{2x}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta = x$

(f) $\int \sqrt{5-4x^2} dx$ **Resposta:** $x = \frac{\sqrt{5}}{2} \sin \theta$

(g) $\int \sqrt{1-4x^2} dx$ **Resposta:** $x = \frac{1}{2} \sin \theta$

Solução: $\sqrt{1-(2x)^2} = \sqrt{1-(\sin \theta)^2} = \sqrt{\cos^2 \theta} = |\cos \theta| = \cos \theta$, pois: $\sin \theta = 2x \Rightarrow x = \frac{1}{2} \sin \theta$

(h) $\int \sqrt{3+4x^2} dx$ **Resposta:** $x = \frac{\sqrt{3}}{2} \tan \theta$

(i) $\int \sqrt{1-(x-1)^2} dx$ **Resposta:** $x = 1 + \sin \theta$ **Solução:** $x-1 = \sin \theta \Rightarrow x = 1 + \sin \theta$

(j) $\int x \cdot \sqrt{x-1} dx$ **Resposta:** ou $x = u^2 + 1, u > 0$ Assim $\int x \cdot \sqrt{x-1} dx = \int (u^2 + 1) \cdot u \cdot 2u du = \dots$

Outra forma: $x = \sec^2 \theta \Rightarrow \sqrt{x-1} = \sqrt{\sec^2 \theta - 1} = \sqrt{\tan^2 \theta} = \tan \theta$.

Assim, $\int x \cdot \sqrt{x-1} dx = \int \sec^2 \theta \cdot \tan \theta \cdot 2\sec^2 \theta \cdot \tan \theta d\theta = 2 \int \sec^4 \theta \cdot \tan^2 \theta d\theta = \dots$

2) Mostre que: $\int \sqrt{r^2 - x^2} dx = \frac{r^2}{2} \left(\arcsin \left(\frac{x}{r} \right) + \frac{x \cdot \sqrt{r^2 - x^2}}{r^2} \right) + k$

3) Mostre que: $\int \sqrt{1+x^2} dx = \frac{1}{2} (\sec x \tan x + \ln |\sec x + \tan x|) + k$

Dica: $\int \sec^3 u du = \frac{1}{2} [\sec u \cdot \tan u + \ln |\sec u + \tan u|] + k$