

PAPMEM – Janeiro 2014
Avaliação

Soluções

1-

Sejam:

T = número de trabalhadores

A = área plantada em hectares

H = número de horas por dia de trabalho

D = número de dias de trabalho

O quadro abaixo mostra os dados. Seja X a área que a nova equipe conseguirá cortar.

C	A	H	D
12	120	6	7
14	X	8	5

A relação entre A e C e uma proporcionalidade direta.

A relação entre A e H e uma proporcionalidade direta.

A relação entre A e D e uma proporcionalidade direta.

Então $A = kTHD$, ou seja, $k = \frac{A}{THD}$.

Assim, $\frac{120}{12 \cdot 6 \cdot 7} = \frac{X}{14 \cdot 8 \cdot 5}$, o que dá $X = 133,3$ hectares.

Os trabalhadores não conseguirão cortar a cana toda.

2- O gráfico da função quadrática é uma parábola de foco em $(0,16)$ e diretriz $y = 20$ (os círculos têm raios 4, 8, 12 e 16). Portanto, o vértice dessa parábola encontra-se em $(0, 18)$, a meia distância entre o foco e a diretriz. O eixo de simetria da parábola coincide com o eixo das ordenadas, e a parábola corta o eixo das ordenadas em $y = 18$. Dessa forma, $b = 0$ e $c = 18$.

Mas o ponto $(4, 16)$ pertence à parábola, visto que equidista do foco e da diretriz. Portanto,

$$f(4) = a \cdot 4^2 + 18 = 16 \Rightarrow 16a = -2 \Rightarrow a = -1/8$$

$$f(x) = (-1/8)x^2 + 18$$

3- Trazendo a 2ª parcela ao momento da compra, obtemos um valor de $500/1,02 = 490,20$. Somando à primeira parcela, obtemos $500 + 490,20 = R\$ 990,20$ como o valor máximo para o qual a compra à vista é atraente.

4- (a) Basta calcular o número de soluções inteiras não negativas da equação $a + b + c + d + e + f = 12$, onde cada variável representa a quantidade de biscoitos de uma determinada variedade. Formando anagramas com 12 símbolos unitários e 5 sinais '+', obtemos a resposta:

$$\frac{17!}{12! 5!} = 6188.$$

(b) Agora queremos o número de soluções inteiras positivas da equação anterior. Isso pode ser obtido, por exemplo, realizando as substituições de variáveis $a = a_1 + 1$; $b = b_1 + 1$, etc., de forma que as novas variáveis passam a representar números inteiros não negativos, e podemos usar o mesmo método anterior, agora para a equação

$$a_1 + b_1 + c_1 + d_1 + e_1 + f_1 = 12 - 6 = 6.$$

Assim, a resposta é:

$$\frac{11!}{6! 5!} = 462.$$