

PAPMEM – Janeiro/2014

Trigonometria

Professor Luciano Monteiro de Castro

Soluções

Problema 1

No triângulo APB calculamos o ângulo $APB = 7,39^\circ$. Um dos caminhos consiste em calcular PB a partir da Lei dos Senos:

$$\frac{PB}{\sin 22,39^\circ} = \frac{700}{\sin 7,39^\circ} \quad \text{o que dá} \quad PB = 2073,3.$$

Em seguida, no triângulo CPB calculamos $PC = h_1 = 2073,3 \cdot \tan 22,02^\circ = 838,5$ m.

O outro caminho consiste em calcular PA e, em seguida, obter PC no triângulo CPA.

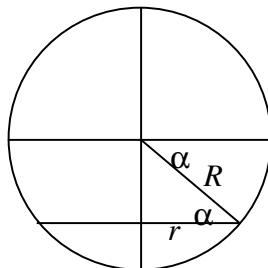
Encontramos $h_2 = 839,0$ m, o que confirma a precisão das medidas.

A altura da montanha em relação ao plano H onde foram feitas as medições é de, aproximadamente, 839m.

Obs: Como este plano está apenas a cerca de 3m acima do nível do mar, concluímos que a altura da Pedra da Gávea é, aproximadamente, 842m acima do nível do mar.

Problema 2

Em primeiro lugar, observe que o raio do paralelo da latitude α é $r = R \cos \alpha$ onde R é o raio da Terra.



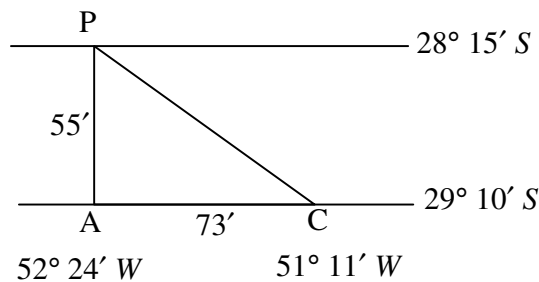
Em segundo lugar, o comprimento de um círculo máximo da Terra é

$$C = 2\pi R = 2 \cdot 3,1416 \cdot 6370 = 40024 \text{ km.}$$

O mesmo círculo máximo corresponde a 360 graus de medida angular ou seja, $360 \times 60 = 21600$ minutos. Conclui-se que 1 minuto de arco, tem comprimento igual a:

$$1' = \frac{40024}{21600} = 1853 \text{ m que é chamado de milha.}$$

No desenho abaixo, seja P a cidade de Passo Fundo e seja C a cidade de Caxias do Sul. Considere agora o ponto A na interseção do paralelo que passa por Caxias com o meridiano que passa por Passo Fundo. O ângulo A é reto e, fazendo as diferenças entre as latitudes e as longitudes, encontramos $AP = 55'$ e $AC = 73'$.



Repare que o cateto vertical é de 55 minutos de um círculo máximo mas o cateto horizontal é de 73 minutos do paralelo que passa por Caxias. O raio deste paralelo é $r = 6370 \cdot \cos(29^\circ 10') = 5562,3 \text{ km}$. Logo, o comprimento do paralelo que passa por Caxias do Sul é $c = 2 \cdot 3,1416 \cdot 5562,3 = 34949 \text{ km}$.

Podemos então calcular os comprimentos dos catetos:

$$AP = 55 \cdot 1,853 = 101,9 \text{ km,}$$

$$AC = 73 \cdot \frac{34949}{21600} = 118,1 \text{ km.}$$

Usando agora o teorema de Pitágoras, temos:

$$PC = \sqrt{101,9^2 + 118,1^2} = 155,98.$$

Logo, a distância entre as duas cidades é de, aproximadamente, 156 km.