

PAPMEM - Julho/2014

Princípios de Contagem

Professor Paulo Cezar

Soluções

1) Excluindo o Jardim Botânico e ordenando os quatro outros pontos turísticos temos $4! = 24$ possibilidades de roteiros distintos. Para cada um destes roteiros, o Jardim Botânico pode ser ‘encaixado’ em três posições, logo para cada uma das 24 possibilidades consideradas anteriormente, temos três roteiros distintos. Portanto, há $3 \times 24 = 72$ possibilidades no total.

2) As letras a, b, c formam $3! = 6$ palavras, das quais apenas uma está na ordem desejada. As seis letras a, b, c, d, e, f formam $6! = 720$ palavras, das quais interessa a sexta parte, que assim perfazem $720/6 = 120$.

3) Vamos denotar as 5 regiões da figura dada pelas letras A, B, C, D e E, conforme a figura abaixo. Um modo de contar as possibilidades de colorir a figura, respeitando as condições exigidas, é escolher em primeiro lugar a cor da região A e, usando o Princípio Aditivo, separar em dois casos.

1^o Caso: as cores das regiões B e C são diferentes. Neste caso, temos 4 cores para colorir a região A, 3 cores para a região B, 2 para colorir C e, finalmente, colorimos as regiões D e E com a quarta cor. Pelo Princípio Multiplicativo, neste caso, podemos colorir a figura de $4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 24$ maneiras diferentes.

2^o Caso: as cores das regiões B e C são iguais. Neste caso, temos 4 cores para colorir a região A, 3 para a região B, que será a mesma para a região C, 2 cores para colorir a região D e, finalmente, 2 para a região E. Pelo Princípio Multiplicativo, neste caso,

podemos colorir a figura de $4 \times 3 \times 1 \times 2 \times 2 = 48$ maneiras diferentes.

Assim, pelo Princípio Aditivo, temos $24 + 48 = 72$ maneiras distintas de colorir a figura dada, nas condições exigidas pelo enunciado (note que cores podem ser repetidas e mesmo não utilizadas).

4) Vamos dividir os possíveis horários de Ana em dois casos: (1) se ela tem aula aos sábados e (2) se ela não tem aula aos sábados.

No caso (1), ela deve escolher sua aula de sábado (3 possibilidades) e depois sua aula à tarde (2 possibilidades) em algum dia de segunda a quinta (4 possibilidades). Temos então $3 \times 2 \times 4 = 24$ horários possíveis nesse caso.

No caso (2), ela deve escolher dois dias não consecutivos da semana (6 possibilidades), escolher um deles para ter aula pela manhã (2 possibilidades; automaticamente, no outro dia escolhido ela terá aula à tarde), escolher seu horário da manhã (3 possibilidades) e seu horário da tarde (2 possibilidades). Temos então $6 \times 2 \times 3 \times 2 = 72$ horários possíveis nesse caso.

No total, Ana tem $24 + 72 = 96$ horários possíveis para fazer suas aulas com as restrições do enunciado.