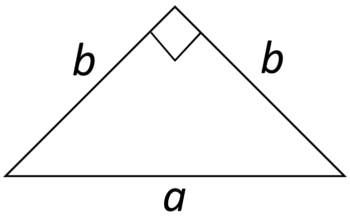
PAPMEM – Julho 2014
Avaliação

Soluções

1)

a)



Seja um triângulo retângulo isósceles de catetos b e hipotenusa a . A área desse triângulo é A = 0,5 b^2.

A área do novo triângulo com os catetos alterados é

$A_{nova} = 0{,}5(1{,}2b \times 0{,}8b) = 0{,}96 \times (0{,}5b^2) = 0{,}96A$

A área diminuiu 4%.

b)

$b^2 + b^2 = a^2 \Rightarrow 2b^2 = a^2$

No triângulo novo:

$(1{,}2b)^2 + (0{,}8b)^2 = (xa)^2 \Rightarrow 1{,}44b^2 + 0{,}64b^2 = x^2a^2 \Rightarrow 1{,}44b^2 + 0{,}64b^2 = x^2 2b^2 \Rightarrow$
$2{,}08 = 2x^2 \Rightarrow 1{,}04 = x^2 \Rightarrow x \approx 1{,}019$

A hipotenusa aumenta, aproximadamente, 2%.

Estrada Dona Castorina, nº 110 - Rio de Janeiro / RJ - Brasil
CEP 22460-320 - Fone: 55 21 2529 5000/5284 Fax: 55 21 2512 4115
http://www.impa.br

2)

Solução 1 – Áreas

Seja $AD = d$

$(ABD) + (ACD) = (ABC)$

$$\frac{1}{2}dc\sin 45^{\circ} + \frac{1}{2}db\sin 45^{\circ} = \frac{1}{2}bc$$

$$d(b+c)\frac{1}{\sqrt{2}} = bc \quad \Rightarrow \quad d = \frac{bc\sqrt{2}}{b+c}$$

Solução 2 – Geometria Analítica

Sejam $A(0,\, 0)$, $B(c,\, 0)$, $C = (0,\, b)$.

A equação da reta *BC* é $bx + cy = bc$.

Como *D* está na bissetriz do primeiro quadrante então $D(k,\, k)$. É claro que $AD = d = k\sqrt{2}$.

Como *D* pertence à reta *BC* então $bk + ck = bc$, ou seja, $k = \dfrac{bc}{b+c}$.

Como $k = \dfrac{d}{\sqrt{2}}$ e então $\dfrac{d}{\sqrt{2}} = \dfrac{bc}{b+c}$ e, portanto, $d = \dfrac{bc\sqrt{2}}{b+c}$.

3)

Vamos fazer essa contagem pensando em colocar os algarismos na unidade, dezena, centena e unidade de milhar do número.
Como se trata de um número de quatro algarismos, o algarismo 0 não pode ser colocado na unidade de milhar. Temos então 3 possibilidades para se colocar o algarismo 0.
Colocado o zero sobram então três posições para se colocar o outro algarismo par.
Como há quatro deles temos um total de 12 possibilidades para colocar o outro algarismo par no número.
Colocado o algarismo 0 e o outro algarismo par, sobram duas posições para se colocar os dois ímpares pares e distintos. Fazemos a escolha do primeiro algarismo ímpar e o colocamos na primeira posição ainda não preenchida do número (há 5 possibilidades de escolha). Finalmente, preenchemos a última posição com outro algarismo diferente daquele anteriormente colocado (4 possibilidades). Temos assim 20 possibilidades de se colocar os dois algarismos ímpares distintos.
Pelo Princípio Multiplicativo, o total de possibilidades é $3 \times 12 \times 20 = 720$.

4)

Se *d* é o menor divisor positivo de *n* diferente de *1*, então $\frac{n}{d}$ é o maior divisor positivo de *n* diferente de *n*, e temos

$\frac{n}{d} = 45d$, logo $n = 45d^2$

Como *3* é divisor de *45* e consequentemente de *n*, temos que *d* é no máximo *3*, logo as únicas possibilidades são

d = 2 ou *d = 3*. Em ambas obtemos valores válidos para *n*:
n = 180 (divisores, em ordem, 1; 2; 3; : : : ; 60; 90; 180).
n = 405 (divisores, em ordem, 1; 3; 5; : : : ; 81; 135; 405).

Estrada Dona Castorina, nº 110 - Rio de Janeiro / RJ - Brasil
CEP 22460-320 - Fone: 55 21 2529 5000/5284 Fax: 55 21 2512 4115
http://www.impa.br