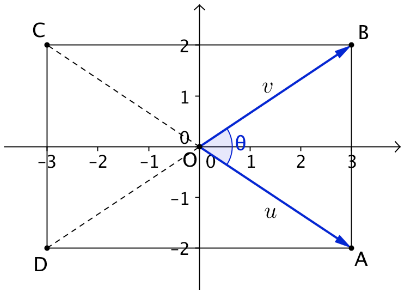
PAPMEM - Julho 2014

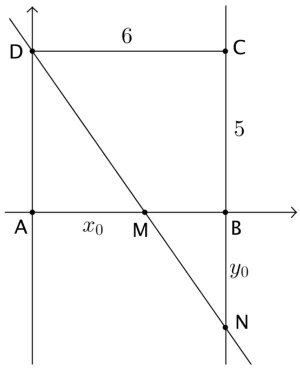
Prof. Eduardo Wagner

Geometria Analítica – **Soluções**



1) O retângulo da figura ao lado tem lados de medidas proporcionais a 3 e 2. O ângulo entre as diagonais é o ângulo formado pelos vetores $u = \overrightarrow{OA} = (3, -2)$ e $v = \overrightarrow{OB} = (3,\ 2)$. Então,

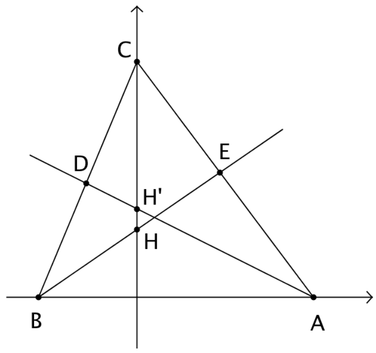
$$\cos\theta = \frac{3\cdot 3 + (-2)\cdot 2}{\sqrt{13}\cdot\sqrt{13}} = \frac{5}{13}.$$



2) Solução com Geometria Analítica

Introduzimos um sistema de coordenadas como na figura ao lado. A unidade de medida foi dada. Assim, $D = (0,5)$.

O coeficiente angular da reta DN é $-\dfrac{y_0 + 5}{6}$. Então a equação da reta DN é $y = -\left(\dfrac{y_0 + 5}{6}\right)x + 5$. O ponto $M = (x_0, 0)$ pertence a essa reta. Então, $0 = -\left(\dfrac{y_0 + 5}{6}\right)x_0 + 5$, ou seja, $y_0 = \dfrac{30}{x_0} - 5$.



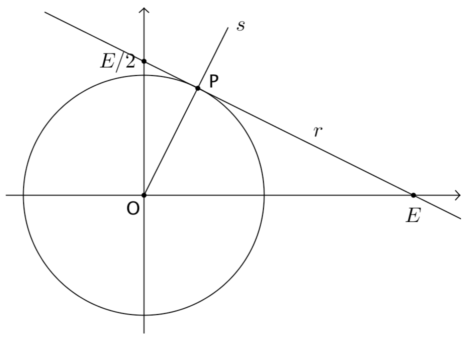
3) Suponha que as alturas a partir de B e A cortem o eixo Y em H e H', respectivamente.

A inclinação da reta AC é $m_{AC} = \dfrac{-c}{a}$ e a inclinação da reta BC é $m_{BC} = \dfrac{-c}{b}$.

A altura a partir de B tem equação $y = \dfrac{a}{c}(x - b)$.

A altura a partir de C tem equação $y = \dfrac{b}{c}(x - a)$.

Logo, $H = H' = \left(0, -\dfrac{ab}{c}\right)$.



4) Quando E aumenta a reta r afasta-se da origem.

O valor máximo de E ocorre quando r for tangente à circunferência $x^2 + y^2 = 1$. O ponto P de tangência é a interseção, no primeiro quadrante da reta s perpendicular a r passando pela origem. A equação de s é $y = 2x$ e $P = \left(\dfrac{1}{\sqrt{5}}, \dfrac{2}{\sqrt{5}}\right)$. Assim, $E_{\max} = \dfrac{1}{\sqrt{5}} + 2\cdot\dfrac{2}{\sqrt{5}} = \dfrac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$.