

Lista de exercícios: integrais

1. Identifique a curva:

- | | |
|--|---|
| <p>(a) $z = z(t) = 3t + it^2, -\infty < t < \infty.$</p> <p>(b) $z = 3t^2 + i5t, -\infty < t < \infty.$</p> <p>(c) $z = \frac{1}{t} + it, 1 < t < \infty.$</p> <p>(d) $z = t + i\frac{2}{t}, -\infty < t < 0.$</p> | <p>(e) $z = t + i\sqrt{1-t^2}, -1 < t < 1.$</p> <p>(f) $z = re^{it}, -\frac{\pi}{4} < t < \pi, r > 0.$</p> <p>(g) $z - 2i = 2.$</p> |
|--|---|

2. Escreva a equação:

- (a) do segmento de reta que vai do ponto 0 até o ponto $1 + i$.
- (b) do segmento de reta de $1 + i$ até 0.
- (c) do segmento de reta de $z_1 = 1 + 2i$ até $z_2 = 2 + 5i$.
- (d) do círculo com centro em $z_0 = i$ e raio $r = 1$.

3. Calcule $\int_C f(z)dz$:

- (a) $f(z) = |z|, C = \{z = re^{i\theta}, -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi\}.$
- (b) $f(z) = z^2, C = \{z = re^{i\theta}, 0 \leq \theta \leq \pi\}.$
- (c) $f(z) = z^2, C = \{z = re^{i\theta}, -\pi \leq \theta \leq \pi\}.$
- (d) $f(z) = \sqrt{z}, C = \{z = re^{i\theta}, 0 \leq \theta \leq 2\pi\}.$
- (e) $f(z) = \sqrt{z}, C = \{z = re^{i\theta}, -\pi \leq \theta \leq \pi\}.$
- (f) $f(z) = |z|$, ao longo do segmento de reta de zero até $-2 + 3i$.
- (g) $f(z) = x^2 - y^2 + i(x - y^2)$, ao longo do segmento de reta de zero até $3 + 2i$.
- (h) $f(z) = y - x^2$, ao longo dos caminhos OAC e OBC , onde $O = (0, 0)$, $A = (2, 0)$, $B = (0, 1)$ e $C = (2, 1)$.

4. Se C é um caminho qualquer ligando os pontos z_1 a z_2 mostre que $\int_C dz = z_2 - z_1$.

5. Sejam $n \in \mathbb{Z}$ e C um contorno fechado envolvendo a origem uma vez no sentido anti-horário. Mostre que $\oint_C z^n dz = 0$ se $n \neq -1$ e $\oint_C \frac{dz}{z} = 2\pi i$.